Programme de colle - semaine du 16 Septembre 2019

1 Informatique :

10 points sur 20 seront dédiés à l'informatique pour cette première colle.
Il sera posé :

1. Une ou des questions de cours sur les parties : préambule + parties 1., 2.,3. sauf les fonctions rank, et spec du 3.c) + partie 5. a), b) et c) du polycopié intitulé "Fiche commandes exigibles informatique" : question de cours du type : que fait la commande `size(M)` ?, que fait la commande `rand()` ? que fait la commande `grand(1,10,'bin',10,1/3)` ?...
2. Un programme informatique sera demandé. Il devra ressembler fortement à l'un des 7 programmes suivants :

Liste des programmes exigibles :

1. Définir en Scilab la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$.

   Corrigé :

```
function y=g(x)
   if x<>0 then
       y=(sqrt(x)-1)/x
   else
       y=1
   end
endfunction
```

2. Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 20$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \ln(u_n^2)$.
   (a) Ecrire un programme qui, étant donné n, calcule et affiche la valeur de u_n.

   Corrigé :

```
n=input('Entrer n:')
u=20
for k=1:n do
      u=log(u^2)
end
disp(u)
```

   (b) Ecrire un programme qui calcule et affiche le premier rang N tel que $u_N < 0$.

   Corrigé :

```
u=20
n=0
while u>=0 do
      u=log(u^2)
      n=n+1
end
disp(n)
```

3. Soit X une variable aléatoire telle que $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$ et $P(X = 0) = \frac{1}{2}$, $P(X = 1) = \frac{1}{3}$ et $P(X = 2) = \frac{1}{6}$. Ecrire une fonction `simul_X` qui simule la variable X et affiche la réalisation x obtenue.

   Corrigé :

```
function x=simul_X()
   if rand()<1/2 then
       x=0
   elseif rand()<2/3 then
       x=1
   else
       x=2
   end
endfunction
```

4. Ecrire une fonction `simul_X` qui effectue 100 lancers d'un dé équilibré et affiche le nombre X de faces n° 1 obtenues.

   Corrigé :

```
function x=simul_X()
   x=0
   for k=1:100 do
       if floor(rand()*6+1)==1 then
             x=x+1
       end
   end
endfunction
```

5. On considère une pièce truquée pour laquelle la probabilité d'obtenir pile est égale à $\frac{1}{4}$.
   Ecrire une fonction `simul_X` qui effectue une succession de lancers de cette pièce et affiche le rang X d'apparition du premier pile (nombre de lancers nécessaires à l'obtention du premier pile)

   Corrigé :

```
function x=simul_X()
    x=1
   while rand()>1/4 do
      x=x+1
   end
endfunction
```

6. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. Ecrire un programme qui définit les matrices A et B (en utilisant "ones" , "zeros" et "eye") puis remplace les 2 dernières colonnes de A par la matrice B.

   Corrigé :

```
A= [zeros(2,2), eye(2,2)]
B=2*ones(2,2)
A(:,3:4) =B
```

2 Calcul matriciel : partie I. du TD "calculs matriciels"

Tout le calcul matriciel de première année, en particulier :
- Inversibilité : Savoir prouver que A est ou n'est pas inversible par polynôme annulateur (la définition de polynôme d'une matrice et de polynôme annulateur de A a été donnée), en trouvant une relation linéaire entre les colonnes (lignes) ou par pivot de Gauss.
- Calcul des puissances d'une matrice : en conjecturant une formule et en la prouvant pour tout n, la formule du binôme de Newton....

3 Espaces vectoriels

3.1 Structure d'espace vectoriel

- Les espaces vectoriels fondamentaux : définition, somme et multiplication par un scalaire des vecteurs de l'espace, élément neutre, base canonique et dimension de l'espace.

- Notion de combinaison linéaire : définition et stabilité par combinaisons linéaire d'un espace vectoriel.

- Sous-espaces vectoriels : définition et caractérisation des s.e.v.
Utilisation de la caractérisation pour montrer qu'un espace implicite est un espace vectoriel.

- Sous-espace vectoriel engendré par une famille : utilisation pour montrer qu'un espace explicite est un espace vectoriel.

3.2 Familles d'un espace vectoriel

- Famille génératrice d'un espace vectoriel : savoir expliciter un ensemble et le mettre sous la forme de sous-espace vectoriel engendré pour trouver une famille génératrice de l'ensemble.

- Famille libre : définition, cas particulier d'une famille de 1 ou 2 vecteurs, caractérisation des familles liées.

- Base d'un espace vectoriel : uniquement la définition

3.3 Dimension finie

- uniquement la définition de la dimension